МОУ СОШ №5 – «Школа здоровья и развития» г. Радужный

Решение заданий B9

по материалам открытого банка задач ЕГЭ по математике 2014 года

Автор: Семёнова Елена Юрьевна

Прямая $y = 4x + 11$ параллельна касательной к графику функции $y = x^2 + 8x + 6$.
Найдите абсциссу точки касания.

№1

Решение:

Если прямая параллельна касательной к графику функции в какой-то точке (назовем ее x_o), то ее угловой коэффициент (в нашем случае $k = 4$ из уравнения $y = 4x + 11$) равен значению производной функции в точке x_o:

$k = f'(x_o) = 4$

Производная функции

$f'(x) = (x^2 + 8x + 6)' = 2x + 8$.

Значит, для нахождения искомой точки касания необходимо, чтобы $2x_o + 8 = 4$,

откуда $x_o = -2$.

Ответ: – 2.

Прямая $y = 3x + 11$ является касательной к графику функции $y = x^3 - 3x^2 - 6x + 6$.
Найдите абсциссу точки касания.

№2

Решение:
Заметим, что если прямая является касательной к графику, то ее угловой коэффициент $(k = 3)$ должен быть равен производной функции в точке касания, откуда имеем $3x^2 - 6x - 6 = 3$, то есть $3x^2 - 6x - 9 = 0$ или $x^2 - 2x - 3 = 0$. Это квадратное уравнение имеет два корня: -1 и 3. Таким образом есть две точки, в которых касательная к графику функции $y = x^3 - 3x^2 - 6x + 6$ имеет угловой коэффициент, равный 3. Для того чтобы определить, в какой из этих двух точек прямая $y = 3x + 11$ касается графика функции, вычислим значения функции в этих точках и проверим, удовлетворяют ли они уравнению касательной. Значение функции в точке -1 равно $y(-1) = -1 - 3 + 6 + 6 = 8$, а значение в точке 3 равно $y(3) = 27 - 27 - 18 + 6 = -12$. Заметим, что точка с координатами $(-1; 8)$ удовлетворяет уравнению касательной, так как $8 = -3 + 11$. А вот точка $(3; -12)$ уравнению касательной не удовлетворяет, так как $-12 \neq 9 + 11$.
Значит, искомая абсцисса точки касания равна -1.

Ответ: -1.